

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. inż. Damiana Tomaszewskiego pt.  
**„Rozdzielanie i detekcja kwantowego splątania par Coopera”**

Przedłożona rozprawa doktorska dotyczy teoretycznych aspektów rozdzielania elektronów z par Coopera przez układ podwójnej kropki kwantowej sprzężonej do elektrod nadprzewodzących oraz metod detekcji splątania kwantowego spinów elektronowych. Jest to aktualnie jedno z ważniejszych zagadnień z pogranicza fizyki ciała stałego, nanotechnologii oraz inżynierii kwantowej. Pracę doktorską przygotowano w Zakładzie Nadprzewodnictwa i Przemian Fazowych w Instytucie Fizyki Molekularnej PAN w Poznaniu. Promotorem rozprawy jest prof. dr hab. Jan Martinek.

Aktualny dorobek Doktoranta obejmuje artykuły opublikowane w ACS Nano **6**, 3411 (2012), Phys. Rev. B **89**, 125404 (2014) oraz 2 komunikaty w Acta Phys. Polon. A **127**, (2015). Kolejne trzy publikacje są przygotowywane ze znakomitymi współpracownikami zagranicznymi. Wyniki Doktoranta były prezentowane na plakatach podczas licznych konferencji organizowanych w Polsce i za granicą. Pan D. Tomaszewski był też współautorem ośmiu prezentacji ustnych. Na treść rozprawy doktorskiej składa się osiem rozdziałów wraz z podsumowaniem, przypisami A i B, bibliografią, listą publikacji Autora i szczegółową informacją o Jego aktywności naukowej.

Dwa pierwsze rozdziały mają charakter wprowadzający. Doktorant przedstawił tam m.in. ideę kubitów, który jest punktem wyjścia realizacji tzw. komputerów kwantowych. W odróżnieniu od bitu klasycznego jest to superpozycja dwóch stanów o współczynnikach zespolonych o module w przedziale od 0 do 1. Autor omówił zagadnienie stanów splątanych, które są nieredukowalne do zwykłego iloczynu poszczególnych kubitów. Dzięki zjawisku splątania komputery kwantowe mogłyby wykonywać operacje logiczne znacznie szybciej niż ma to miejsce w komputerach klasycznych. Doktorant przytoczył kryteria wymagane do praktycznej realizacji komputerów kwantowych (powołując się na prace DiVincenzo [14,16]) oraz wymienił aktualne i potencjalne warianty realizacji kubitów w układach fizycznych. Jednym ze źródeł stanów splątanych mogą być elektrony uwalniane z par Coopera, istniejących w pobliżu energii Fermiego w nadprzewodnikach.

W drugim rozdziale zostały przedstawione podstawowe cechy stanu nadprzewodzącego oraz zarys mikroskopowej teorii Bardeena, Coopera i Schrieffera (BCS). Autor przedstawił również koncepcję parametru porządku, który można interpretować jako funkcję falową par Coopera. W ramach fenomenologicznego podejścia Ginzburga-Landaua zdefiniował charakterystyczną długość koherencji  $\xi$ , przydatną do analizy układów niejednorodnych. Na przykład, przy zetknięciu nadprzewodnika ze zwykłym metalem parametr porządku wnika na głębokość porównywalną do  $\xi$  (tzw. *efekt bliskości*), indukując pary elektronowe w przypowierzchniowych warstwach metalu. Podobny mechanizm umożliwia indukowanie par elektronowych w układach nanoskopowych, żargonowo określanych jako kropki kwantowe. Trójelektrodowe złącza (zbudowane z nadprzewodnika i dwóch elektrod metalicznych lub ferromagnetycznych) umożliwiają przepływ ładunku z jednoczesnym rozbijaniem par Coopera bez niszczenia kwantowego splątania elektronów. Szczególnie wydajną konfiguracją jest układ trójelektrodowy z podwójną kropką kwantową wbudowaną między nadprzewodnikiem i elektrodami normalnymi. Wskutek silnego odpychania kulombowskiego procesy deparowania prowadzą do rozdzielania elektronów z par Coopera do różnych elektrod normalnych. Pierwsze doświadczalne pomiary (z 2009 roku) wykazały skuteczność takich procesów na poziomie 2 %. W kolejnym roku udało się zwiększyć skuteczność rozdzielania (z użyciem nanorurek węglowych) do około 50 %, natomiast później (w 2012 roku) wręcz do blisko 100 %.

W kolejnym rozdziale Doktorant przeprowadził analizę skuteczności procesów deparowania w zakresie współtunelowania (ang. *cotunneling*). W przypadku układu podwójnej kropki kwantowej sprzężonej do nadprzewodnika są to procesy 4-ego rzędu względem wyrazu hybrydyzacyjnego. Przepływ par Coopera przez układ podwójnych kropek kwantowych (które poprzez efekt bliskości stają się nadprzewodzącymi drobinami) jest analogiczny do procesu tunelowania Josephsona. W podrozdziałach 3.3-3.7 Autor zbadał prąd Josephsona płynący przez układ podwójnych kropek kwantowych sprzężonych do rezerwuarów nadprzewodzących, różniących się fazą parametru porządku. Dokonując transformacji Bogoliubowa-Valatina i stosując rachunek zaburzeniowy wyznaczył korektę energii i wektorów własnych. Wykazał następnie, że wkład do stałoprądowego efektu Josephsona pochodzi od poprawek 4-ego rzędu. W przypadku silnych oddziaływań kulombowskich można uwzględnić jedynie następujące konfiguracje układu podwójnej kropki kwantowej: stan pusty, stan singletowy oraz stan trypletowy, zaniebując podwójne obsadzenia kropek (które są kosztowne energetycznie). Dla tych przypadków Doktorant wyznaczył prąd Josephsona płynący w sposób rozdzielony lub nierozdzielony i określił sprawność rozbijania par Coopera. W pobliżu położenia rezonansowego ( $\epsilon_d = 0$ ) sprawność konfiguracji singletowej i pustej wynosi 100 %. W zakresie ujemnych  $\epsilon_d$  sprawność dla konfiguracji singletowej spada do 66,6 %, natomiast w granicy dodatnich energii  $\epsilon_d$  sprawność dla konfiguracji pustej dąży do 50 %. W przypadku trypletowego stanu podstawowego tunelowanie odbywa się wyłącznie poprzez procesy bez rozdzielania elektronów z par Coopera.



Interesujące rozszerzenie zagadnienia tunelowania Josephsona przez układ podwójnej kropki kwantowej zostało przedstawione w rozdziale 4, gdzie Doktorant uwzględnił rolę efektów interferencyjnych zaindukowanych relatywistycznym oddziaływaniem Rashby (tzn. sprzężeniem momentu magnetycznego elektronu z polem elektrycznym). W przypadku konfiguracji  $|0\rangle_{DQD}$  oddziaływanie Rashby wpływa na przepływ ładunku z rozdzielaniem par elektronowych, wprowadzając dodatkową modulację. Strumień pola magnetycznego wpływa natomiast na prąd Josephsona w procesach bez rozdzielania par elektronowych (rys. 4.2). Dla przypadku konfiguracji singletowej stwierdzono tylko częściową modyfikację zaindukowaną oddziaływaniem Rashby (wzór 4.25) ponieważ tunelowanie z rozdzielaniem par może przebiegać na dwa różne sposoby. Tak więc, efekty interferencyjne w obecności zewnętrznego pola elektromagnetycznego mogą być przydatne do detekcji efektywności rozdzielania par Coopera w układach z podwójnymi kropkami kwantowymi.

W rozdziale 5 zbadano wpływ efektu bliskości na efektywną energię wymiany między kropkami kwantowymi sprzężonymi z rezerwuarem nadprzewodzącym. Zaniedbując bezpośrednie oddziaływanie wymienne (co jest uzasadnione w granicy silnego odpychania kulombowskiego  $U \rightarrow \infty$ ), Doktorant oszacował wpływ procesów 4-ego rzędu na usunięcie degeneracji między stanem singletowym i trypletowym. Zależność energii wymiany  $J$  od ilorazu  $\Delta/|\epsilon_d|$  przedstawiono na wykresie 5.2 dla poziomu energetycznego  $\epsilon_d = -\Gamma_L$ . Wartość antyferromagnetycznego sprzężenia wymiennego ulega znacznemu osłabieniu przy zwiększaniu przerwy energetycznej. Wynik ten świadczy o współzawodnictwie nadprzewodnictwa z oddziaływaniem wymiennym, które mogłoby ekranować moment magnetyczny kropek kwantowych. W granicy  $\Delta \rightarrow \infty$  (określanej w literaturze mianem *nadprzewodzącej granicy atomowej*) energia wymiany  $J$  dąży asymptotycznie do niezerowej wartości. Dla arbitralnej wartości  $U$  jest to powszechnie znana cecha pojedynczej kropki kwantowej [J. Bauer, A. Oguri & A.C. Hewson, J. Phys.: Condens. Matter **19**, 486211 (2007)], co zostało później uogólnione na przypadek podwójnej kropki kwantowej [R. Žitko, Phys. Rev. B **91**, 165116 (2015)]. Doktorant wyciągnął wniosek, iż dla  $\epsilon_d < 0$  stanem podstawowym układu podwójnej kropki kwantowej jest stan singletowy i wskazał (wzór 5.14), że oddziaływanie Rashby może powodować przejście do stanu splątanego.

W rozdziale 6 Doktorant wyznaczył sprawność rozdzielania elektronów z par Coopera dla empirycznie realizowanego schematu podwójnej kropki kwantowej umieszczonej między nadprzewodnikiem i elektrodami normalnymi. Podobnie jak w poprzedzających rozdziałach, zaniedbano podwójne obsadzenia kropek kwantowych. Prąd współtunelowania obliczono w granicy liniowej odpowiedzi (tzn. dla nieskończenie małego napięcia między nadprzewodnikiem i elektrodami przewodzącymi) w oparciu o złotą regułę Fermiego. Zależność sprawności rozdzielania od położenia poziomu energetycznego kropek kwantowych została przedstawiona na rysunku 6.5. W pobliżu rezonansu ( $\epsilon_d = 0$ ) sprawność jest idealna (tzn. wynosi 100 %), zaś w granicy ekstremalnie ujemnego (dodatniego) ilorazu  $\epsilon_d/\Delta$  dąży asymptotycznie do 80 % (50 %). Szkoda, że Autor nie podjął

próby zbadania w jaki sposób temperatura może wpłynąć na zmianę wyżej przedstawionych oszacowań.

Kolejny fragment rozprawy doktorskiej (rozdziały 7 oraz 8) analizuje zagadnienie detekcji splątania elektronowego. W tym celu Autor wykorzystał tzw. operator świadka splątania, który można zdefiniować poprzez transpozycję operatora rzutowania na wektor własny o ujemnej wartości własnej. Wybór takiego operatora jest arbitralny i gwarantuje tylko częściową detekcję stanów splątanych. Jako fizyczny mechanizm detekcji splątania elektronów rozdzielonych z par Coopera zaproponowano użycie elektrod ferromagnetycznych o znanej polaryzacji spinowej  $p = (N_{\uparrow} - N_{\downarrow})/N_{tot}$ . Idealny detektor powinien charakteryzować się polaryzacją  $p = 1$ . Rzeczywiste materiały ferromagnetyczne zawsze różnią się jednak od takiej polaryzacji, dlatego istnieje pewne prawdopodobieństwo dokonania błędnego pomiaru. Od strony formalnej wpływ nieidealnych detektorów można modelować za pomocą operatora depolaryzującego. Do detekcji maksymalnie splątanego (czystego) stanu singletowego operator świadka splątania narzuca wymóg na polaryzację ferromagnetycznych detektorów  $p > 1/\sqrt{3}$ , zaś dla rzeczywistych układów warstwowych niezbędna jest jeszcze wyższa polaryzacja  $p > 1/\sqrt{2}$ . W obu przypadkach jest to wartość mniejsza, niż wymagałoby kryterium oparte na nierówności Bella. Detekcja nieidealnego splątania elektronów wymaga oczywiście detektorów o większej polaryzacji, co ilustruje rysunek 7.7. Doktorant uwzględnił też wpływ defazowania spinów w ramach fenomenologicznego podejścia do opisu transmisji elektronów przez kanał transportowy. W rozdziale 8 zaproponowano detekcję pomiaru splątania kwantowego przez pomiar prądu stałego. Schemat tej metody bazuje na procedurze wyznaczenia prądu ładunkowego z równania mistrza (ang. *master equation*) zastosowaną przez J. Königa i współpracowników [57] do układu podwójnej kropki kwantowej w granicy  $\Delta \rightarrow \infty$ . Obliczenia wykazały, że natężenie prądu istotnie zależy od zgodnej lub antyzgodnej magnetyzacji detektorów ferromagnetycznych. Autor oszacował liczbową wartość polaryzacji spinowej dla trzech przykładowych napięć w oparciu o kryterium dla operatora świadka splątania (8.15) oraz jego wersji zredukowanej do dwóch wymiarów (8.16).

W podsumowaniu stwierdzam, że praca doktorska magistra inżyniera Damiana Tomaszewskiego zawiera interesujące wyniki teoretycznej analizy rozdzielania par Coopera przez układ silnie skorelowanej podwójnej kropki kwantowej sprzężonej do nadprzewodnika typu *s*. Doktorant zbadał efektywność tunelowania par elektronowych z rozdzielaniem i bez rozdzielania elektronów dla konfiguracji Josephsona (rozdziały 3 i 4) oraz dla hetero-złącza nadprzewodnika z dwoma elektrodami przewodzącymi (rozdział 6). Uwzględnił również istotny wpływ oddziaływania typu Rashby. W drugiej części rozprawy doktorskiej szczegółowo przedyskutował metody detekcji splątania kwantowego rozdzielonych elektronów i oszacował polaryzację elektrod ferromagnetycznych, niezbędną do detekcji splątania w idealnych oraz realistycznych układach fizycznych.



Pomimo niełatwych zagadnień teoretycznych treść rozprawy jest napisana klarownym i stylistycznie ładnym językiem. Strona edytorska nie budzi poważniejszych zastrzeżeń. Zdołałem zauważyć tylko kilka drobnych nieścisłości lub innych potknięć. Oto kilka przykładów: na stronie 52 zamiast „w celu zwiększenie” powinno być „w celu zwiększenia”, na stronie 86 Autor wspomina o zaniedbywaniu podwójnego obsadzenia kropki kwantowej, dlatego zamiast warunku „ $U_\alpha \rightarrow 0$ ” powinno być „ $U_\alpha \rightarrow \infty$ ”, na stronach 89-91 brakuje czynnika  $e^2$  w wyrażeniach (6.10), (6.11), (6.13), (6.14) oraz (6.16) na przewodnictwo różniczkowe (konduktancję). Uważam jednak, że całokształt rozprawy doktorskiej prezentuje się bardzo dobrze.

Przedłożona rozprawa spełnia wymagania określone ustawowo, wnioskuję więc do Rady Instytutu Fizyki Molekularnej Polskiej Akademii Nauk w Poznaniu o dopuszczenie pana magistra inżyniera Damiana Tomaszewskiego do publicznej obrony pracy oraz do dalszych etapów Jego przewodu doktorskiego.

Jacek Domański