
UNIWERSYTET M. CURIE – SKŁODOWSKIEJ

Tel: (+48) 81 – 537 62 41
Fax: (+48) 81 – 537 61 91
Email: doman@kft.umcs.lublin.pl
Web: <http://kft.umcs.lublin.pl/doman>

Prof. dr hab. Tadeusz Domański
Zakład Teorii Fazy Skondensowanej
Instytut Fizyki UMCS w Lublinie

Lublin, 21 grudnia 2018 r.

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Piotra Busza pt.
**„Korelacje spinowe i detekcja kwantowego splątania par
Coopera metodą nierówności Bella i świadka splątania”**

Praca doktorska pana magistra Piotra Busza przedstawia teoretyczny opis mechanizmu wytwarzania i detekcji elektronowych stanów splątanych w nanoukładach, składających się z elektrody nadprzewodzącej i dwóch elektrod normalnych/ferromagnetycznych. Wbudowanie do takiego heterozłącza podwójnej kropki kwantowej umożliwia, wskutek silnie odpychającego oddziaływania kulombowskiego, rozdzielanie par Coopera do przestrzennie splątanych pojedynczych elektronów dryfujących (pod wpływem przyłożonego napięcia) do elektrod normalnych. Doktorant zaproponował nowe i skuteczne metody detekcji splątania kwantowego w takich układach rozdzielania par Coopera (*Cooper pair splitters*). Zagadnienie to jest interesujące z poznawczego punktu widzenia i może być przydatne również pod względem praktycznym dla informatyki kwantowej. Doktorant rozpatrzył dwa scenariusze detekcji splątania oparte na pomiarze korelacji prądów ładunkowych lub bezpośrednio tylko pomiarze prądów stacjonarnych w zakresie napięć podprzerwowych, gdy transport elektronowy odbywa się poprzez stany związane Andreeva. Jest to aktualnie ważny problem i niniejsza praca doktorska dostarcza cennych wyników, które mogą być przydatne w empirycznej weryfikacji elektronowego splątania kwantowego.

Praca doktorska została przygotowana w Zakładzie Nadprzewodnictwa i Przemian Fazowych w Instytucie Fizyki Molekularnej Polskiej Akademii Nauk w Poznaniu. Promotorem rozprawy jest prof. dr hab. Jan Martinek, zaś funkcję promotora pomocniczego pełnił dr inż. Damian Tomaszewski. Na treść rozprawy składa się siedem rozdziałów, pod-

sumowanie, dwa dodatki, bibliografia i informacja o dotychczasowej aktywności badawczej Autora. Poniżej przedstawię przegląd ważniejszych wyników pracy doktorskiej.

Rozdział pierwszy definiuje podstawowe pojęcia informatyki kwantowej. Doktorant wyjaśnił istotę bitu kwantowego i podał wybrane przykłady jego fizycznej realizowalności. Przedyskutował algorytmy protokołów kwantowych Shora (faktoryzacji dużych liczb naturalnych na czynniki pierwsze), Grovera (wyszukiwania danych) oraz Benneta (teleportacji kwantowej). Przedstawił istotę stanów separowalnych i splątanych, w tym maksymalnie splątanych stanów Bella. Wyjaśnił, że stany mieszane są superpozycją stanów separowalnych i splątanych. Jako przykład podał stan Wernera z charakterystycznym parametrem tzw. widzialności, określającym prawdopodobieństwo stanu singletowego w zakresie od zera (przypadek szumu białego) do jedynki (przypadek czystego stanu singletowego).

W drugim rozdziale przedstawiono przegląd ważniejszych właściwości stanu nadprzewodzącego, w którym realizuje się splątanie elektronów tworzących pary Coopera. Doktorant omówił m.in. istotę zjawiska Meissnera w ramach półklasycznego podejścia braci Londonów, wprowadził pojęcie parametru porządku oraz wyróżnił nadprzewodniki I lub II rodzaju w zależności od relacji długości koherencji względem głębokości wnika-
nia. Omówił zasadnicze elementy mikroskopowej teorii nadprzewodnictwa w ramach scenariusza Bardeena, Coopera i Schrieffera oraz przedstawił mechanizm indukowania par elektronowych w obszarach sąsiadujących z materiałem nadprzewodzącym poprzez efekt bliskości (*proximity effect*). Pary Coopera wnikają wówczas na odległość rzędu długości koherencji, co zilustrowano na rysunku 2.5. W heterozłączach utworzonych z elektrody nadprzewodzącej i dwóch elektrod normalnych można w ten sposób realizować proces rozdzielania elektronów o przeciwnych spinach z zachowaniem ich nielokalnego splątania. Przykładowe heterozłącza o kształcie litery Y przedstawiono na rysunku 2.6. Szczególnie wydajnym wariantem rozdzielania elektronów z zachowaniem ich kwantowego splątania jest układ podwójnej kropki kwantowej wbudowanej w trójelektrodowym złączu, gdzie kluczowe znaczenie odgrywa kulombowskie odpychanie elektronów (na kropkach oraz między kropkami). W podrozdziale 2.6 przedstawiono szczegółowe informacje dotyczące empirycznej realizacji takiego rozdzielacza par Coopera przez różne grupy badawcze. Do ilościowego oszacowania efektywności rozdzielania elektronów dokonywano pomiaru zmiany przewodnictwa różniczkowego prądu płynącego przez pierwszą kropkę kwantową $\Delta G_1 = G_1 - \langle G_1 \rangle$ w zależności od poziomu energetycznego drugiej kropki kwantowej ε_2 . Wzmocnienia przewodnictwa pojawiają się tam w pobliżu energii stanów związanych. Doktorant przedstawił informacje o sprawnościach rozdzielania w przedziale od kilku do niemal stu procent, które zostały uzyskane przy wykorzystaniu różnych rodzajów kropek kwantowych (wykonanych z półprzewodnikowego nanodrutu InAs, nanorurek węglowych lub płaszczyzn grafenowych) przez wiodące ośrodki doświadczalne w Europie, Izraelu i Japonii. Żadne z dotychczasowych pomiarów nie były jednak w stanie bezpośrednio

wykazać splątania kwantowego. Główną motywacją i celem niniejszej pracy doktorskiej było więc zaproponowanie prostych sposobów weryfikacji kwantowego splątania elektronów na podstawie pomiarów prądu stacjonarnego.

W kolejnym rozdziale zaprezentowano dwie metody, które można wykorzystać do detekcji splątania stanów kwantowych. Jedna z nich bazuje na nierówności Bella, druga natomiast wykorzystuje formalizm tzw. świadka splątania. Doktorant wyjaśnił istotę każdej z tych metod wraz z obszernym komentarzem historycznym (na temat nierówności Bella i jej weryfikacji w układzie splątanych stanów fotonowych) oraz przykładem konstrukcji świadka splątania dla mieszanego stanu Wernera. Do detekcji splątania spinów elektronowych zaproponowano wykorzystanie dwóch elektrod ferromagnetycznych w trójterminalnym heterozłączu, spełniających funkcję analogiczną do polaryzatorów w doświadczeniach z fotonami. Polaryzacja elektrod ferromagnetycznych jest w praktyce tylko częściowa, detekcja splątania spinów elektronowych może więc być zrealizowana jedynie ze sprawnością mniejszą od 100 %. Autor przedstawił matematyczny model z wykorzystaniem operatorów miary dodatniej, uwzględniający takie ograniczenia empiryczne.

Dalsze fragmenty rozprawy dostarczają opisu oryginalnych wyników Doktoranta uzyskanych w badaniu splątania elektronowego. Rozdział czwarty przedstawia analizę wydajności pomiaru splątania w układzie trójterminalnym, dla którego założono idealną skuteczność rozdzielania elektronów z par Coopera w geometrii Y-kształtnej do poszczególnych elektrod normalnych. Rozpatrzono przypadek słabego sprzężenia i wykorzystano niskoczęstotliwościowe korelacje prądów (opisane w dodatku A) wpływających do/z lewej i prawej elektrody normalnej. Wartości liczbowe oszacowano w schemacie macierzy rozpraszania, uwzględniając warianty detekcji oparte na nierówności Bella oraz korzystając z metody świadka splątania. Dla symetrycznego spolaryzowania elektrod $p_L = p_R \equiv p$ nierówność Bella jest łamana przy $p \geq 0,84$. Metoda świadka splątania umożliwia detekcję splątania dla trójskładnikowej polaryzacji już przy $p \geq 0,58$, zaś w przypadku dwuskładnikowej polaryzacji (tzn. dla płaskich ferromagnetyków) przy $p \geq 0,71$. Doktorant zbadał następnie wpływ dekoherencji opisanej efektywnie przez stan mieszany typu Wernera, wyznaczając zależność detektowalności splątania elektronowego względem parametru widzialności $\lambda \in \langle 0, 1 \rangle$ (rysunek 4.2). W dalszym kroku przeprowadzono procedurę optymalizacji świadków splątania, wykorzystującej znajomość polaryzacji detektorów z niezależnych pomiarów. Podrozdział 4.5 nie jest jednak wystarczająco klarowny od strony fizycznej, gdyż matematyczne aspekty procedury optymalizacji wyrażone wzorami (4.14)-(4.16) nie wyjaśniają w pełni konieczności niezależnego pomiaru sprawności detektorów. Kolejne fragmenty rozdziału czwartego opisują wpływ niesymetrycznej polaryzacji elektrod normalnych (rysunek 4.5) oraz metodę minimalizacji liczby pomiarów korelacji prądowych z wykorzystaniem zoptymalizowanego świadka splątania dla arbitralnych wartości $p > 0$. Doktorant stwierdził, że do detekcji splątania elektronowego wymagany jest przynajmniej czterokrotny pomiar korelacji prądów.

W piątym rozdziale przeprowadzono mikroskopowe obliczenia prądu tunelowania przez silnie skorelowane kropki kwantowe w heterozłączu utworzonym z rezerwuaru nadprzewodzącego i dwóch elektrod ferromagnetycznych. Analizę przedstawiono dla przypadku silnego odpychania elektronów na kropkach kwantowych ($U_i \rightarrow \infty$), zaniehbując konfigurację podwójnego obsadzenia. Efektywne widmo kwazicząstkowe tego układu zbadano w podprzerwowym zakresie energetycznym $|E| \ll \Delta$ (formalnie rozpatrując granicę $\Delta \rightarrow \infty$), gdy nadprzewodzący efekt bliskości indukuje pary elektronów między sąsiednimi kropkami kwantowymi o różnych orientacjach spinu. Na podstawie znajomości stanów związanych (wzór 5.12) zbadano transport ładunkowy w procesie sekwencyjnego tunelowania. W granicy słabego sprzężenia kropek kwantowych do elektrod ferromagnetycznych wykorzystano równanie ruchu dla macierzy gęstości (wzór 5.16), wyznaczając natężenie prądu stacjonarnego (wzór 5.26). Obliczenia liczbowe wykonano dla zgodnych oraz przeciwnie spolaryzowanych elektrod ferromagnetycznych w funkcji napięcia oraz stopnia polaryzacji (rysunek 5.2). Doktorant stwierdził, że efektywne pole wymienne (które poprzez równania typu Blocha determinuje dynamikę spinu elektronów na poszczególnych kropkach kwantowych) nie ma przełożenia na wartość prądu tunelowania (rysunek 5.3b) gdyż precesja spinów odbywa się wokół kierunku równoległego do magnetyzacji elektrod. Natężenie prądu tunelowania jest natomiast wrażliwe na kierunek namagnesowania ferromagnetycznych elektrod, co stwarza możliwość pośredniej detekcji korelacji spinowych i kwantowego splątania rozdzielonych elektronów.

W rozdziale szóstym Doktorant zaproponował metodę detekcji splątania kwantowego opartą na pomiarach prądu ładunkowego z wykorzystaniem kryterium Bella. W analogii do pomiarów koincydencji spolaryzowanych fotonów w detektorach optycznych Autor zdefiniował funkcję korelacji spinowych jako różnicę prądów o zgodnych i przeciwnych polaryzacjach spinu podzieloną przez sumę wszystkich prądów (wzór 6.1). Chciałbym zwrócić uwagę, że podobną ilościową miarę korelacji/splątania formułowali już wcześniej także inni autorzy, m.in. L.G. Herrmann et al., Phys. Rev. Lett. **104**, 026801 (2010); Z. Cao et al., Appl. Phys. Lett. **107**, 212601 (2015). Charakterystykę korelacji oraz kwantowego splątania spinów zbadano najpierw dla układu symetrycznego (podrozdziały 6.1 oraz 6.2) a następnie w przypadkach niesymetrycznych, uwzględniając różne polaryzacje $p_L \neq p_R$, sprzężenia kropek kwantowych do elektrod ferromagnetycznych $\Gamma_L \neq \Gamma_R$ oraz poziomy energetyczne $\varepsilon_L \neq \varepsilon_R$. Wpływ asymetrii na wartości korelatora spinowego zilustrowano na rysunku 6.3. Wyniki numeryczne pokazały, że metoda testowania nierówności Bella oparta na pomiarach prądu stacjonarnego jest stosowalna do detekcji splątania kwantowego zarówno w modelu symetrycznym jak też w przypadkach niesymetrycznych.

Siódmy rozdział analizuje detektowalność splątania spinów elektronowych na podstawie pomiarów prądowych z wykorzystaniem metody świadka splątania. W tym celu zaproponowano kandydatów na świadków splątania dla układu o trzech (wzór 7.1) oraz dwóch składowych magnetyzacji (wzór 7.2). Najpierw dla przypadku układu symetrycznego

go a następnie uwzględniając możliwe asymetrie wykazano, że spełnione są kryteria matematyczne (tzn. przyjmowanie wartości ujemnych dla stanów splątanych i wartości nieujemnych dla stanów separowalnych). Szczegółowa analiza wykazała, że detekcja splątania jest możliwa przy mniejszych wartościach polaryzacji spinowej i przy mniejszej liczbie pomiarów niż w oparciu o kryterium nierówności Bella. Przeprowadzono też procedurę optymalizacji świadków splątania (rozdział 7.3). Przykładowe diagramy detektowalności splątania dla stanu mieszanego Wernera przedstawiono na rysunku 7.2. Zbadano rolę różnych asymetrii i numeryczne obliczenia przedstawiono dla układu o trójskładnikowej (rysunek 7.5) oraz dwuskładnikowej magnetyzacji (rysunek 7.6). Doktorant podkreślił, że w każdym z badanych przypadków metoda świadka splątania okazała się znacznie bardziej skuteczną niż podejście Bella. Takie podejście umożliwia detekcję splątania nawet przy kolinearnym namagnesowaniu elektrod ferromagnetycznych i pozwala stwierdzić występowanie splątania kwantowego w układach z większym procentowym udziałem szumu białego.

W załączonych dodatkach Autor przedstawił techniczne szczegóły procedury określania korelacji prądowych (Dodatek A) i analizę transportu ładunkowego płynącego przez skorelowane kropki kwantowe pod wpływem potencjału przyłożonego do elektrod ferromagnetycznych na podstawie schematu *master equation* (Dodatek B). W tym drugim przypadku rozpatrzono szeroki zakres zmienności napięcia i przeanalizowano wpływ blokady trypletowej na transport ładunków z normalnych elektrod do nadprzewodnika.

Praca doktorska jest zredagowana bardzo starannie i konstrukcja poszczególnych fragmentów została dobrana w sposób logiczny. Zasadnicze rozdziały 3-7 są zwięźle podsumowane, co ułatwia czytelnikowi zrozumienie dyskusji wyników. Zauważyłem tylko nieliczne błędy edytorskie, na przykład na stronie 123 zamiast *zmniejszeniu wymagań dotyczący wartości* powinno być *zmniejszeniu wymagań dotyczących wartości* i dalej na stronie 126 zamiast *dla modeli* zgrabniejszy byłby zwrot *dla modeli*. Autor wyrażał liczby ułamkowe w zapisie anglojęzycznym, to znaczy z kropką. Byłoby to akceptowane na rysunkach (z powodu ograniczeń niektórych programów graficznych), lecz niestety taką konwencję stosowano również w całym tekście rozprawy. Te drobne zastrzeżenia nie wpływają jednak na wysoką ocenę jakości niniejszej pracy.

Wybrane wyniki przedłożonej rozprawy doktorskiej zostały już opublikowane przez Doktoranta wspólnie z Promotorami w trzech artykułach *Physical Review B* i dwóch komunikatach pokonferencyjnych *Acta Physica Polonica A*. Kolejna praca jest aktualnie w przygotowaniu. Na podkreślenie zasługuje współautorstwo znakomitych fizyków, zarówno teoretyków jak też doświadczalników. Doktorant aktywnie uczestniczył w kilkunastu międzynarodowych konferencjach/warsztatach w Kraju i za granicą. Był współuczestnikiem projektu badawczego SE2ND (nr 271554) realizowanego w ramach 7. Programu Ramowego Unii Europejskiej oraz dwóch grantów krajowych, ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego (N N202 207938) i Narodowego Centrum Nauki (2015/17/B/ST3/02799).

Z pełnym przekonaniem uważam, że obecna rozprawa doktorska dostarcza cennych wyników teoretycznych i nowych algorytmów, umożliwiających detekcję splątania kwantowego elektronów w heterozłączach utworzonych z elektrody nadprzewodzącej i dwu elektrod ferromagnetycznych. Praca w istotny sposób rozszerza wcześniejszy stan wiedzy dotyczący detekcji splątania, głównie dzięki zastosowaniu podejścia świadka splątania i zastosowaniu odpowiedniej procedury optymalizacyjnej. Wyniki teoretyczne mogą mieć stymulujący wpływ na ewentualną empiryczną weryfikację kwantowego splątania elektronowego. Na tej podstawie przekazuję niniejszym wniosek do Rady Instytutu Fizyki Molekularnej Polskiej Akademii Nauk w Poznaniu o dopuszczenie pana magistra Piotra Busza do publicznej obrony i dalszych etapów Jego przewodu doktorskiego.

Jacek Domański