

dr hab. Jan Martinek, prof. IFMPAN
Instytut Fizyki Molekularnej w Poznaniu
Polskiej Akademii Nauk
ul. Smoluchowskiego 17
Poznań

Recenzja

rozprawy doktorskiej magistra inżyniera Jakuba Łuczaka
pt. *„Splątanie i kwantowe operacje logiczne indukowane polem elektrycznym
w układzie trzech kropek kwantowych”*

Recenzowana rozprawa doktorska została wykonana w Instytucie Fizyki Molekularnej PAN w Poznaniu pod kierunkiem prof. dr hab. Bogdana R. Bułki. Liczy ona 124 strony tekstu, składa się z 7 numerowanych rozdziałów i dwóch dodatków (A i B), gdzie pierwszy rozdział dotyczy Celu i zakresu rozprawy, a ostatni Wniosków końcowych. Spis literatury obejmuje 127 pozycji bibliograficznych, wśród których znajdują się prace Autora rozprawy. Pan mgr Łuczak jest współautorem 4 opublikowanych artykułów, z których 2 ukazały się w czasopiśmie Physical Review B, po jednej w Journal Physics: Condensed Matter oraz Acta Physica Polonica A. Dwie kolejne prace są w przygotowaniu.

Tematem rozprawy jest analiza teoretyczna nowych fizycznych realizacji kwantowych bitów tzw. kubitów w oparciu o trójkątny układ trzech kropek kwantowych koherently połączonych poprzez sprzężenia tunelowe. Rozpatrywany był układ kropek obsadzonych przez trzy elektrony, a do utworzenia układu dwupoziomowego (tożsamego z kubitem) zostały wykorzystane dwa poziomy dubletowe, które mają tę samą wartość magnetycznej liczby kwantowej i ten sam spin. Prowadzi to do ich dużej odporności na dekoherencję, a z drugiej strony umożliwia sterowanie stanem układu poprzez lokalne pole elektryczne korzystając z dodatkowych lokalnych elektrody. W pracy pokazano, że przy pomocy pola elektrycznego oraz strumienia magnetycznego można sterować spinowym sprzężeniem wymiennym, a także energiami stanów spinowych, ich symetriami i wynikającymi z nich korelacjami spinów zlokalizowanych na poszczególnych kropkach kwantowych. Przeanalizowano możliwość sterowania stanami kwantowymi pojedynczego kubitów i dwóch sprzężonych kubitów, wykonywania różnych kwantowych bramek logicznych, oraz detekcji stanu kubitów przy pomocy prądu płynącego przez układ. W pracy korzystano z metod analitycznych takich, jak

diagonalizacja hamiltonianu, rachunek zaburzeń, czy równania mistrza (master equation) do opisu dynamiki.

Drugi rozdział pracy doktorskiej wprowadza czytelnika w najważniejsze zagadnienia podejmowane w pracy. Poświęcono go skrótownemu, ale precyzyjnemu omówieniu podstawowych idei dotyczących budowy i funkcjonowania komputera kwantowego, kubitu, kwantowych bramek logicznych, jedno- i dwu-kubitowych. Omówiono własności kwantowych stanów splątanych, a także metody ich detekcji i określenia stopnia ich splątania. W kolejnej części zostały omówione różne propozycje teoretyczne i eksperymentalne realizacje fizyczne kubitów, w szczególności wykorzystujące półprzewodnikowe kropki kwantowe. W rozdziale tym omówiono pomysł kubitu opartego na stanach z podprzestrzeni dubletowej trzech kropek kwantowych znajdujących się w silnym polu magnetycznym zaproponowany przez Di Vincenzo i in. [1]. Stany te są bardziej odporne na procesy dekoherencji niż stany magnetyczne pojedynczego spinu i można nimi sterować przy pomocy lokalnego pola elektrycznego.

W rozdziale tym dla uzyskania pełnego obrazu może warto byłoby dodać prosty opis teoretyczny wprowadzający do modelu Andersona kropki kwantowej i modelu Kondo oraz omówienie zachowania typowych pojedynczych kropek kwantowych, na których bazuje praca. Warto byłoby także dodać istotne szczegółowe uzasadnienie dlaczego podprzestrzeń dubletowa jest odporna na procesy dekoherencji, co jest jedną z głównych motywacji do zajmowania się tymi układami. Warto byłoby też dokonać porównania jakie czasy dekoherencji udało się ostatnio uzyskać eksperymentalnie w potrójnych kropkach w porównaniu z pojedynczymi i podwójnymi kropkami. Poniżej równania (2.11) znajduje się stwierdzenie „Wartość entropii S zanika dla stanów czystych, a dla stanów maksymalnie splątanych osiąga ekstremum $S=1$.” To zdanie jest sprzeczne, gdyż stany maksymalnie splątane są stanami czystymi, ich macierze gęstości są idempotentne.

W rozdziale trzecim zostały przedstawione badania dotyczące zmian stanu podstawowego układu trzech sprzężonych kropek kwantowych wywołane przyłożonymi stałymi polami elektrycznym i magnetycznym. Przedstawiono efektywny hamiltonian układu uwzględniającego ładunkowe stopnie swobody – model Hubbarda, jego odpowiednik spinowy - model Heisenberga, a także dla podprzestrzeni dubletowej efektywny hamiltonian pseudo-spinowy. Ten ostatni będzie wykorzystywany w kolejnych rozdziałach do badania dynamiki układu. Przeanalizowana została przestrzeń stanów własnych dla trzech elektronów, gdzie pojawiają się stany kwadrupletowe, stany dubletowe o podwójnym obsadzeniu jednej z kropek kwantowych oraz z pojedynczym obsadzeniem. W dalszej części pokazano jak obecność strumienia magnetycznego w układzie wprowadza charakterystyczne przesunięcie fazy funkcji

falowej elektronu, co może prowadzić do pojawienia się chiralności w układzie, spiny elektronów nie leżą wówczas w jednej płaszczyźnie. Związane jest to z pojawieniem się w hamiltonianie członu opisującego oddziaływanie Działoszyńskiego-Moryi, który może prowadzić do pojawienia się bezstratnych prądów spinowych.

Pole elektryczne przykładane w płaszczyźnie kropek kwantowych przesuwają niesymetrycznie elektronowe poziomy energetyczne w kropkach co wpływa również na wielkość oddziaływania wymiennego, czyli wpływa również na rozszczepienie poziomów energetycznych (rys 3.2), a co Autor nazywa efektem Starka. Zmieniając znak pola elektrycznego można zmieniać również znak rozszczepienia wpływając w ten sposób na wybór stanu podstawowego układu. W rozdziale tym analizowane są również różne funkcje korelacji spinowych pomiędzy kropkami takie jak zbieżność, wykazując, że niektóre ze stanów podstawowych układu mają charakter spinowych stanów splątanych. Ten efekt nie jest wykorzystywany w dalszej części pracy, gdyż analizowane później kubity konstruowane są na stanach pseudospinowych.

Strumień magnetyczny powoduje efektywny wzrost symetrii stanów elektronowych osłabiając efekt pola elektrycznego, którego główną rolą jest łamanie symetrii. Dlatego w dalszych częściach pracy efekt strumienia magnetycznego nie był brany pod uwagę.

W rozdziale tym zostało kilkakrotnie wykorzystane pojęcie „pojawiania się indukowania cyrkulujących prądów spinowych”, w związku z czym warto byłoby takie prądy zdefiniować i pokazać również jak można je wyznaczyć lub zmierzyć w układzie, i w jaki sposób są one związane z dość nieprecyzyjnym pojęciem delokalizacji spinów. Na stronie 22 wspomniane jest, że efekt Aharonova-Bohma (A-B) „wymusza powstanie cyrkulujących prądów spinowych i delokalizuje ładunki w układzie”, co nie do końca jest precyzyjnym określeniem. Efekt A-B jest subtelnym efektem interferencyjnym dla transportu elektrycznego wynikającego z przesunięcia fazy funkcji falowej elektronu wywołanego obecnością potencjału wektorowego. Obecność takiego potencjału w niewielkich pierścieniach przewodzących może prowadzić do bezstratnych prądów elektrycznych (persistent current). Prądy spinowe wynikają raczej ze specyficznego ułożenia spinów na kropkach, do których mogą z kolei prowadzić różnego typu oddziaływania.

W rozdziale tym nie wspomniano, że układ powinien znajdować się w silnym polu magnetycznym, aby odsunąć stany z $S_z = -1/2$. Czy to jest istotny warunek? Jak to wygląda w pozostałych rozdziałach, czy obecność strumienia magnetycznego może utrudnić pozostałe badania?

W równaniu (3.23) pojawia się człon Działoszyńskiego-Moryi pomimo, że nie jest obecny w wyprowadzeniu tego równania w Dodatku A. Jakże jest źródło pojawienia się tego członu?

Nie jestem pewien czy korzystając z równania (3.22) i (3.11-3.14) można uzyskać wszystkie równania (3.19-3.21) a w szczególności równanie (3.21), czyli czy dla wszystkich przypadków związków zbieżności z korelacjami spinowymi i chiralnością jest poprawny.

Często w pracy pojawia się pojęcie mieszania stanów (str. 33, 46, 48, 60, 74), które użyte jest chyba w niewłaściwej formie. Stany mieszane w mechanice kwantowej opisywane są przez probabilistyczną mieszaninę stanów czystych. Oznacza to, że stan mieszany z pewnymi prawdopodobieństwami klasycznymi może znajdować się w różnych stanach czystych. Jest to sytuacja odmienna od zasady superpozycji kwantowej dla stanów czystych. Superpozycja kwantowa różnych stanów dopuszcza interferencję między tymi stanami. W przypadku mieszaniny statystycznej różnych stanów mamy do czynienia z całkowicie niezależnymi realizacjami. Sadzę, że Autorowi chodziło o tworzenie się superpozycji co określa się terminem hybrydyzacji stanów – tworzenie się liniowej kombinacji odpowiednich funkcji falowych.

W kolejnym rozdziale (4) badane były przejścia Landaua-Zenera w układzie trzech kropek. Omówiony został eksperyment opublikowany przez Gaudreau i in. [7], w którym wytworzono pojedynczy kubit korzystając z trzech kropek kwantowych i ze stanów dubletowego i kwadrupolowego. Autorzy tego eksperymentu przeprowadzili również obliczenia dla prawdopodobieństw przejść pomiędzy stanami uzyskując stosunkowo dobrą zgodność z eksperymentem (czerwona linia na Rys.4.2(d)). Autor rozprawy doktorskiej przeprowadził podobne obliczenia korzystając z zależnego od czasu równania Schroedingera z tym, że wybrał inne stany, stany dubletowe dla dwóch sytuacji, liniowej i trójkątnej molekuly trzech kropek. W pracy pokazano, że dla tych dwóch poziomów dubletowych łatwiej można sterować stanem kubitów dla molekuly trójkątnej niż liniowej, gdyż stałym polem elektrycznym można zmieniać stan podstawowy układu pomiędzy dwoma stanami dubletowymi. W pracy można byłoby dodać porównanie użyteczności analizowanego układu z tym użytym w eksperymencie z pracy [7].

W rozdziale 5 omówiono możliwości przygotowania kubitów na stanach dubletowych trójkątnej molekuly trzech kropek kwantowych, sterowania jego stanem poprzez pole elektryczne oraz implementacji różnych operacji kwantowych, a także zaproponowano schemat odczytu stanu przy pomocy pomiaru prądu elektrycznego płynącego dzięki dodatkowym dwóm elektrodom połączonych do dwóch kropek. Przy obliczeniach transportu elektrycznego wzięto

pod uwagę tunelowanie sekwencyjne – najniższy rząd rachunku zaburzeń, a jako stany pośrednie wybrano stany dwuelektronowe. Przy wyprowadzaniu relacji na prędkość tunelowania pomiędzy różnymi stanami ładunkowymi dla ogólnego przypadku uzyskano wyniki, które wskazują na silną asymetrię układu, różne amplitudy przejść dla kropki nr 1 i 2, pomimo, że rysunek (5.4) wskazuje, iż układ powinien posiadać symetrię pomiędzy prawą i lewą stroną, i dopiero włączenie pola elektrycznego powinno ją łamać. Czy amplitudy (5.14 – 5.17) zakładają już łamanie symetrii (w jaki sposób) i obecność pola elektrycznego? Czy łamanie asymetrii pojawia się dopiero w równaniach (5.25 i 5.26) ?

Druga wątpliwość może wynikać z faktu, iż dla dwóch rysunków (5.5) oraz (5.6) przyjęte parametry dają dwa stany podstawowe dla stanów dwuelektronowych, odpowiednio singletowy lub trypletowy. Jeżeli różnica ich energii jest niewielka (czy rzędu t_0 ?), mniejsza niż energia dubletów to również ten dodatkowy poziom może ulegać wzbudzeniu, a co może prowadzić do efektywnego usunięcia blokady dubletowej.

Równania (5.25 i 5.26) mogą prowadzić do trzech rozwiązań, czyli możliwe są dodatkowe poziomy elektronowe, które jeżeli znajdują się w oknie transportowym mogą również ulec wzbudzeniu i dodatkowo skomplikować zachowanie układu.

Na rysunku 5.7(b), 5.8(b) i 5.10(b) zaprezentowano zmienne w czasie, transjentowe prądy płynące przez szeregowo połączone lewe i prawe złącze, a na stronie 74 Autor proponuje, aby poprzez pomiar tych prądów uzyskać informacje o dynamice i procesach relaksacji. Taki pomiar nie będzie raczej możliwy, gdyż układ ten jest zbyt mały – można mierzyć całkowity prąd płynący przez układ lub tak jak w pracy [7] lokalny chwilowy stan ładunkowy kropek przy wykorzystaniu kwantowych kontaktów punktowych. Zaproponowany na rysunku 5.11 pomiar prądów spinowych byłby jeszcze trudniejszy, gdyż wymagałoby to wprowadzenie dodatkowych filtrów spinowych co znacznie zmieniałoby pracę układu. Czy w świetle tych faktów pomiar wykorzystywany w pracy [7] nie rysuje się jako mniej złożony?

Czy całka przeskoku t (str. 65) – amplituda tunelowania pomiędzy kropkami może mieć ujemną wartość w nieobecności strumienia pola magnetycznego i czy jej znak może być zmieniany w eksperymencie? Jest ona miarą przekrywania się funkcji falowych elektronów w poszczególnych kropkach.

W rozdziale 6 był rozpatrywany układ dwóch sprzężonych trójkątnych molekuł kropek kwantowych tak, aby uzyskać dwa pseudo-spinowe kubity sprzężone ze sobą. Układ taki umożliwia przygotowanie bardzo istotnych logicznych bramek dwu-kubitowych. W rozdziale tym zostały zastosowane idee i wyniki uzyskane w pracy Doherty i Wardropa [118] dla dwóch różnie połączonych liniowych potrójnych kropek kwantowych, które Autor zastosował dla

układu trójkątnych molekuł kropek kwantowych. Oddziaływanie pomiędzy kubitami opisywane jest efektywnym hamiltonianem (6.17), którego parametry dla różnych geometrii połączeń pomiędzy kubitami zostały przedstawione w tabelach (6.1) i (6.2). Tabele te pokazują asymetrię rozwiązań dla połączeń kropek (1,1) i (2,2) oraz (3,3), która nie zależy od wartości parametru $\delta^{A(B)}$. Wynikać może z tego, że asymetria ta może obowiązywać również dla $\delta^{A(B)} = 0$, czyli molekuł bez złamanej symetrii.

W pracy zaproponowano szereg realizacji logicznych bramek dwu-kubitowych takich, jak SWAP, CPHASE, CNOT. Okazuje się, że w badanym układzie wymagają one zastosowania stosunkowo niewielu impulsów. We wnioskach końcowych i posumowaniu Autor traktuje to jako główne osiągnięcie w odniesieniu do wcześniejszej pracy Shi i in. [9], gdzie takie bramki wymagały aż kilkunastu impulsów, ale nie odniósł się do pracy [118] na bazie której ten rozdział powstał, a która proponuje takie bramki z wykorzystaniem małej liczby impulsów. Czy geometria trójkątna daje przewagę w liczbie impulsów nad tą liniową z pracy [118]?

Praca może trochę sprawiać wrażenie pisanej w pośpiechu na co mogą wskazywać liczne błędy gramatyczne, wyrazy użyte w złych przypadkach, literówki, błędy w oznaczeniach oraz w równaniach,

- schemat z Rys. 2.1 nie odpowiada równaniu (2.2),
- równanie (2.11) zawiera niewłaściwą nazwę funkcji,
- na rys.4.4(c) jest prawdopodobnie niepoprawny opis stanu,
- począwszy od rozdziału (4) w notacji stanów kwantowych ket brakuje jednego z nawiasów co utrudnia czytanie wzorów, gdyż nie zawsze wiadomo kiedy mamy do czynienia z opisem stanu, a kiedy już z operatorem działającym na ten stan. Pojedynczy nawias łatwo pomylić ze znakiem większości, itd.

Niektóre pojęcia wykorzystane w pracy sprawiają wrażenie żargonowe lub mogą mieć charakter niezgrabnego tłumaczenia na język polski.

- zamiast „manipulacja kubitami” może lepiej byłoby „sterowanie kubitami”;
- „technika spinowego echo”, może lepiej „technika echa spinowego”;
- „hamiltonian” pisze się z małej litery;
- dla policzalnych rzeczowników stosuje się określenie „liczba” a dla niepoliczalnych „ilość”, czyli nie „ilość elektronów na kropce” a „liczba elektronów na kropce”, ale ilość energii;
- „anty- skrzyżowanie”, może lepiej „wzbronione krzyżowanie” – tak, jak „przejścia wzbronione” (zgodnie z „Glosariuszem terminologii fotochemicznej” Uniwersytetu Jagiellońskiego);

- w dodatku A pojawia się kilkakrotnie pojęcie „w drugim i trzecim rzędzie rachunku zaburzenia”, może lepiej „w drugim i trzecim rzędzie rachunku zaburzeń”.

Podsumowując, w recenzowanej rozprawie doktorskiej Autor uzyskał szereg interesujących wyników poszerzając wiedzę na temat własności trójkątnych układów trzech kropek kwantowych. Tematyka jego prac niewątpliwie obejmuje ważne i aktualne zagadnienia fizyki ciała stałego realizacji kubitów i kwantowych bramek logicznych, bardzo istotnych układów dla przyszłych technologii komunikacji i obliczeń kwantowych. Dlatego też pomimo pewnych uwag pozytywnie oceniam pracę doktorską mgr. inż. Jakuba Łuczaka.

Przeprowadzone w rozprawie obliczenia pokazują, że autor znakomicie rozumie problemy fizyczne badanych zjawisk, potrafi precyzyjnie analizować zachowania układu dostrzegając istotne zależności i parametry. Rozprawa napisana jest poprawnym językiem, posiada logiczny układ treści i zawiera dobry opis ogólny zjawisk zachodzących w badanych układach. Zawiera precyzyjną i dogłębną analizę wspomnianych wcześniej wyników. Jest dobrze ilustrowana wykresami i rysunkami poglądowymi. Cytowania są dobrze dobrane i obejmują najistotniejsze publikacje dla omawianych zagadnień, co wskazuje na to, iż autor bardzo dobrze zna literaturę przedmiotu.

Podsumowując stwierdzam przedstawiona do oceny praca doktorska spełnia wszystkie ustawowe i zwyczajowe wymagania stawiane rozprawom doktorskim i wnoszę o dopuszczenie pana magistra inżyniera Jakuba Łuczaka do dalszych etapów przewodu.

Poznań, 27. 07. 2015 r.

dr hab. Jan Martinek, prof. IFMPAN

